Universität Stuttgart
Institutsverbund Informatik
Hertrampf—Schröter & Luttenberger

Sommersemester 2004
Aufgabenblatt 1
20. April 2004

Übung zur Vorlesung Theoretische Informatik I

Abgabetermin: **Donnerstag**, den **29. April 2004** bis spätestens 12:00 Uhr.

Aufgabe 1 *Chomsky-Grammatiken* (8 Punkte)

Geben Sie für die folgenden Sprachen L_i möglichst einfache und kurze Grammatiken G_i an.

(a) $L_1 = \{a^n \mid n \geq 1\}$

(b) $L_2 = \left\{a^n b^k \mid n \geq 1, k \geq 1\right\}$

(c) $L_3 = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$

(d) $L_4 = \left\{a^n b^n c^k \mid n \geq 1, k \geq 1\right\}$

Begründen Sie ausführlich, dass $L_4 = L(G_4)$ gilt. Ordnen Sie Ihren Grammatiken entsprechende Typen der Chomsky-Hierarchie zu.

Aufgabe 2 *Monoide* (8 Punkte)

Eine algebraische Struktur $(M, \circ, 1)$ heißt Monoid, falls folgende Bedingungen erfüllt sind:

- $1 \in M$
- $\circ : M \times M \to M$
- $\forall a, b, c \in M : (a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$
- $\forall a \in M : 1 \circ a = a \circ 1 = a$

Offensichtlich ist für jede Menge M die Struktur $(M^*, \circ, \varepsilon)$ mit $a \circ b = ab$ ein Monoid, das sogenannte freie Monoid. Eine Teilmenge $S \subset M^*$ bildet ein Submonoid zu $(M^*, \circ, \varepsilon)$, falls $(S, \circ\mid_{S\times S}, \varepsilon)$ ein Monoid ist. Dabei ist $\circ\mid_{S\times S}$ die Restriktion von $\circ$ auf $S \times S$. $X \subset S$ erzeugt das Monoid S, falls $S = X^*$ gilt.
Sei $S \subset M^*$ ein Submonoid. Zeigen Sie, dass $X := (S \setminus \{\varepsilon\}) \setminus (S \setminus \{\varepsilon\})^2$ das Submonoid S erzeugt. Verwenden Sie für eine der Richtungen Induktion über die Wortlänge. Zeigen Sie weiterhin, dass X unter allen Erzeugern Y von S der kleinste bezüglich Mengeninklusion ist, d.h. $X \subseteq Y$.