

## Übung zur Vorlesung Theoretische Informatik I

Abgabetermin: **Mittwoch**, den **05. Mai 2004** bis spätestens 12:00 Uhr.

### Aufgabe 3    *Grammatiken* (8 Punkte)

Betrachten Sie die Grammatik  $G = (V, \Sigma, P, S)$  mit

- $\Sigma = \{1, +, (, ), ^{-1}\}$
- $V = \{S\}$
- $P = \{S \rightarrow 1 + (S)^{-1}, S \rightarrow 1\}$

- (a) Interpretieren Sie die Wörter der Sprache  $L(G)$  im üblichen mathematischen Sinn. Geben Sie eine Rekursionsgleichung für die beschriebene Zahlenfolge an. Bestimmen Sie, gegen welchen Grenzwert die Folge konvergiert.
- (b) Seien  $F_0 := 1, F_1 := 1, F_{n+1} := F_n + F_{n-1}$  die Fibonacci-Zahlen. Gegen welchen Wert konvergiert  $\frac{F_n}{F_{n+1}}$ ? Geben Sie eine Grammatik für die Folge  $\left(\frac{F_n}{F_{n+1}}\right)_{n \in \mathbb{N}}$  an. Modifizieren Sie dazu die Grammatik aus (a) in geeigneter Weise.

### Aufgabe 4    *Endliche Sprachen* (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass jede endliche Sprache durch eine reguläre Grammatik erzeugt werden kann.

### Aufgabe 5    *Reguläre Grammatiken* (8 Punkte)

Gegeben sei die Sprache  $L = \{w \in \{0, 1, 2\}^* \mid w \text{ ist durch } 5 \text{ teilbare Zahl (im Dreiersystem) ohne führende Nullen}\}$ . Konstruieren Sie eine reguläre Grammatik, die  $L$  erzeugt. Begründen Sie Ihre Konstruktion ausführlich!

### Aufgabe 6    *Kontextfreie Grammatiken* (8 Punkte)

Gegeben sei die Sprache  $L = \{a^l b^m c^n \mid l, m, n \geq 0 \wedge n = |l - m|\}$ . Konstruieren Sie eine kontextfreie Grammatik, die  $L$  erzeugt. Begründen Sie Ihre Konstruktion ausführlich!