Universität Stuttgart
Institutsverbund Informatik
Hertrampf—Schröter & Luttenberger

Sommersemester 2004
Aufgabenblatt 3
11. Mai 2004

Übung zur Vorlesung Theoretische Informatik I

Abgabetermin: **Mittwoch**, den **19. Mai 2004** bis spätestens 12:00 Uhr.

Aufgabe 7 *Endliche Automaten* (10 Punkte)

Sei A_1 ein deterministischer endlicher Automat mit n Zuständen. Zeigen Sie, dass $L(A_1)$ genau dann unendlich ist, wenn der Automat A_1 ein Wort w der Länge $n \leq |w| < 2n$ akzeptiert.

Aufgabe 8 *Endliche Automaten* (6 Punkte)

Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten A_2 an, der genau die Wörter der Sprache $L := \{w \in \{a, c, d\}^* \mid w$ enthält **nicht** das Teilwort $acdc\}$ akzeptiert.

Hinweis: Als Lösung reicht die Angabe eines Diagramms.

Aufgabe 9 *Endliche Automaten* (7 Punkte)

Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten A_3 an, der über dem Alphabet $\Sigma := \{a, b, c\}$ die Menge aller Wörter erkennt, bei denen die Anzahl der a-, b-, und c-Terminale jeweils gerade ist (zum Beispiel aa, $aacbbc$, $ccbb$, $bcbcbcbc$, $cccc$, $\ldots$).

Hinweis: Als Lösung reicht die Angabe eines Diagramms.

Aufgabe 10 *Endliche Automaten* (7 Punkte)

Konstruieren Sie einen deterministischen endlichen Automaten $A_4 = (Z, \Sigma, q_0, \delta, E)$, der die Lösungen der linearen Gleichung $2 \cdot x_1 - x_2 = 3$ mit $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{N}^2$ erkennt. Als Alphabet soll hierfür $\Sigma = \{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\} \subset \mathbb{N}^2$ verwendet werden. Ein Wort $w = w_0 \ldots w_k \in \Sigma^*$ wird dann (analog zu einer Binärzahl) folgendermaßen umgewandelt:

$$I : \Sigma^+ \to \mathbb{N}^2 : w \mapsto \sum_{i=0}^{k} 2^{k-i} \cdot w_i$$

Zum Beispiel, für $w = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ gilt dann $I(w) = 2^2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 2^1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2^0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Mit dem kanonischen Skalarprodukt $\langle \cdot, \cdot \rangle$ über $\mathbb{Z}^2$ soll der Automat somit folgende Sprache erkennen:

$$L := \{w \in \Sigma^+ \mid \left\langle I(w), \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\rangle = 3\}$$

Wählen Sie für die Konstruktion von A_4 die Zustände so, dass $Z \subset \mathbb{Z}$, $q_0 = 0$ und $E = \{3\}$. Konstruieren Sie den Automaten "rückwärts" beginnend mit dem Endzustand 3. Überlegen Sie sich hierfür, wie der Wert $\left\langle I(w), \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\rangle$ inkrementell beim Lesen von w berechnet werden kann, und welche Informationen die Zustände des Automaten tragen.

Hinweis: Es reichen insgesamt weniger als 10 Zustände aus.