

## Übung zur Vorlesung Theoretische Informatik I

Abgabetermin: **Mittwoch**, den **23. Juni 2004** bis spätestens 12:00 Uhr.

### Aufgabe 17 Myhill-Nerode (10 Punkte)

Sei  $L_1 = \{xx^Ry \mid x, y \in \{a, b\}^* \wedge |x| > 0\}$ , wobei  $x^R$  das gespiegelte Wort von  $x$  ist. Zeigen Sie mit Hilfe des Satzes von Myhill und Nerode, dass  $L_1$  nicht regulär ist.

### Aufgabe 18 kontextfreie Grammatik $\rightarrow$ CNF $\rightarrow$ GNF, CYK (3+3+3 = 9 Punkte)

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik  $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$  mit  $P = \{S \rightarrow aAA, A \rightarrow B \mid SBa, B \rightarrow b \mid \varepsilon\}$ .

- Überführen Sie  $G$  in Chomsky Normalform.
- Überführen Sie  $G$  in Greibach Normalform.
- Überprüfen Sie mit dem CYK-Algorithmus, ob die Wörter *ababa* und *baba* in  $L(G)$  enthalten sind.

### Aufgabe 19 Ogden's Lemma/Pumping Lemma (2+4+4+4 = 14 Punkte)

a) Beweisen Sie das folgende Lemma:

- Sei  $L$  eine reguläre Sprache. Dann existiert eine Konstante  $n_L$ , so dass für beliebiges  $z \in L$  mit  $|z| \geq n_L$  gilt: Markiert man in  $z$  beliebig mindestens  $n_L$  verschiedene Zeichen, so existiert eine Zerlegung  $z = uvw$  mit:
  - \* in  $v$  ist mindestens ein Zeichen markiert.
  - \* in  $v$  sind höchstens  $n_L$  Zeichen markiert.
  - \* für beliebiges  $i \in \mathbb{N}$  gilt  $uv^iw \in L$ .
- Sei  $L$  eine kontextfreie Sprache. Dann existiert eine Konstante  $n_L$ , so dass für beliebiges  $z \in L$  mit  $\#z \geq n_L$  gilt: Markiert man in  $z$  beliebig mindestens  $n_L$  verschiedene Zeichen, so existiert eine Zerlegung  $z = uvwxy$  mit:
  - \* in  $vx$  ist mindestens ein Zeichen markiert.
  - \*  $vw$  besitzt höchstens  $n_L$  markierte Zeichen.
  - \* für beliebiges  $i \in \mathbb{N}$  gilt  $uv^iwx^iy \in L$ .

b) Zeigen Sie unter Verwendung von Teilaufgabe a) oder dem Pumping Lemma für kontextfreie Sprachen, dass die folgenden Sprachen nicht kontextfrei sind:

(i)  $L_3 = \{xx^R x \mid x \in \{a, b\}^*\}$

(ii)  $L_4 = \{a^n b^n c^i \mid i \neq n\}$

*Hinweis:* Das Wort  $a^n b^n c^{n+n!}$  könnte hilfreich sein.

Aufgabe 20    *kontextfreie Grammatiken* (3+3 = 6 Punkte)

Geben Sie für die folgenden Sprachen kontextfreie Grammatiken an:

- a)  $L_5 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a w = 2 \cdot \#_b w\}$ , wobei  $\#_a w$  ( $\#_b w$ ) die Anzahl von  $a$ -Zeichen ( $b$ -Zeichen) in  $w$  bezeichnet.
- b)  $L_6 = \{a, b\}^* \setminus \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$