

## Übung zur Vorlesung Theoretische Informatik I

Abgabetermin: **Mittwoch**, den **07. Juli 2004** bis spätestens 12:00 Uhr.

Aufgabe 21    *kontextfreie Sprache*  $\rightarrow$  *DPDA* (5+3 = 8 Punkte)

Sei  $L_1 = \{w \in \{a, b\}^+ \mid \#_a w = 2 \cdot \#_b w\}$ , wobei  $\#_a w$  ( $\#_b w$ ) der Anzahl von  $a$ -Symbolen ( $b$ -Symbolen) in  $w$  entspricht.

- Geben Sie einen DPDA an, welcher  $L_1$  akzeptiert.
- Gibt es einen DPDA, welcher  $L_1$  mit leerem Keller akzeptiert? Geben Sie ggf. einen solchen DPDA an, und begründen Sie Ihre Antwort ausführlich.

Aufgabe 22    *PDA*s (4+4 = 8 Punkte)

Zeigen Sie, dass es zu jedem PDA  $P_\varepsilon$ , welcher die Eingabe mit leerem Keller akzeptiert, einen äquivalenten PDA  $P_E$  gibt, welcher mit Endzustand akzeptiert, und umgekehrt.

*Hinweis:* Überlegen Sie sich dazu, wie  $P_E$  definiert werden muß, sodass er  $P_\varepsilon$  simuliert, und umgekehrt.

Aufgabe 23    *PDA*  $\rightarrow$  *kontextfreie Grammatik* (3+5 = 8 Punkte)

Gegeben sei der PDA  $P_\varepsilon = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{a, b, \#, S, A\}, \delta, q_0, \#, \emptyset)$ , wobei  $\delta$  wie folgt definiert ist:

- |   |   |
|---|---|
| (1) $(q_0, \varepsilon, \#) \rightarrow (q_1, S\#)$ |   |
| (2) $(q_1, a, S) \rightarrow (q_1, SA)$             | (4) $(q_1, a, S) \rightarrow (q_1, A)$                      |
| (3) $(q_1, b, S) \rightarrow (q_1, SA)$             | (5) $(q_1, b, S) \rightarrow (q_1, A)$                      |
| (6) $(q_1, a, A) \rightarrow (q_1, \varepsilon)$    | (7) $(q_1, \varepsilon, \#) \rightarrow (q_1, \varepsilon)$ |

- Geben Sie an, welche Sprache von  $P_\varepsilon$  akzeptiert wird. Begründen Sie Ihre Antwort ausführlich.
- Konstruieren Sie mit dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren eine kontextfreie Grammatik, die  $L(P_\varepsilon)$  erzeugt.

Aufgabe 24    *kontextsensitive Sprachen und LBAs* (4+4+4 = 12 Punkte)

Geben Sie für die folgenden Sprachen jeweils einen LBA an:

- $L_2 = \{0^i 1^i 2^i \mid i > 0\}$
- $L_3 = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^+\}$

(c)  $L_4 = \{0^{i^2} \mid i > 0\}$

*Hinweis:* Raten sie zunächst einen Wert für  $i$ .

Für  $L_2$  muss der LBA vollständig spezifiziert werden, d.h. es wird erwartet, dass Sie zunächst das Verhalten des Automaten beschreiben und anschließend den LBA samt Zustandsübergangsrelation formal angeben. Für die Sprachen  $L_3$  und  $L_4$  genügt es, das Verhalten des jeweiligen LBAs informell zu beschreiben.

Aufgabe 25    *kontextfreie Sprachen und deterministische LBAs* (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass jede kontextfreie Sprache durch einen deterministischen LBA erkannt werden kann. Zeigen Sie das Gleiche für das Komplement einer kontextfreien Sprache.

Es reicht aus, das Verhalten des LBAs zu beschreiben und zu begründen, dass jeder der angegebenen Schritte von einem LBA ausgeführt werden kann.

*Hinweis:* Stellen Sie dazu folgende Vorüberlegungen an:

- Zeigen Sie, dass die Satzformen, welche bei Ableitungen aus einer in Greibach Normalform vorliegenden Grammatik entstehen, nie länger als das abzuleitende Wort sein können.
- Überlegen Sie sich, wie alle relevanten Parsebäume mittels Tiefensuche traversiert werden können, wenn die Ableitungsregeln geeignet angeordnet sind. Dabei sollen die abgeleiteten Satzformen als Knoten eines Baumes verstanden werden, dessen Kanten mit den Ableitungsregeln beschriftet sind.
- Begründen Sie, warum es für die Traversierung eines solchen Parsebaumes ausreicht, sich die angewendeten Regeln und die aktuelle Satzform zu merken.
- Beschreiben Sie nun, wie mit diesen Vorüberlegungen die ursprüngliche Behauptung gezeigt werden kann.

**Allgemeiner Hinweis zu den Aufgaben 24 und 25:**

Zusätzliche Bänder (und somit mehr Platz) könnten hilfreich sein, welche jedoch nach Definition eines LBAs nicht gegeben sind. Jedoch könnten sie zum Beispiel durch Verwendung eines vektorwertigen Bandalphabets "simuliert" werden. "Komprimieren" Sie daher die Eingabe, indem Sie sie zunächst mit Hilfe eines geeigneten Bandalphabets  $\Gamma$  kodieren. Desweiteren könnten auch zusätzliche Informationen, wie zum Beispiel das zuletzt gelesene/geschriebene Zeichen, in die Zustände eines LBAs hineinkodiert werden.