Universität Stuttgart
Formale Methoden der Informatik
Prof. U. Hertrampf/ M. Luttenberger

Sommersemester
Übungsblatt 1

Übungen zu Theoretische Informatik III

Abgabe bis zum 19.04.05, 11:30 in der Vorlesung

Aufgabe 1.1 — 4 Punkte

Entwerfen Sie für folgende Problemstellung einen Algorithmus mit Laufzeit $\mathcal{O}(k+m)$.

Eingabe:

$$u = u_1u_2\dots u_k, w = w_1w_2\dots w_m \in \Sigma^*$$

Frage: Existieren Indizes $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq m$ mit

$$\forall l \in \{1,\dots,k\} : u_l = w_{i_l},$$

d.h., kommt das Wort u in w "verstreut" vor (scattered pattern matching)?

Aufgabe 1.2 Unentscheidbarkeit — 8 Punkte

Es seien A, B und C Sprachen über dem Alphabet Σ, wobei $A \cap B = \emptyset$ gelte. C *trennt* die Sprachen A und B, falls

$$A \subseteq C \wedge B \subseteq \Sigma^* \setminus C.$$

Nehmen Sie an, dass A und B disjunkte rekursiv aufzählbare Sprachen sind, welche von *keiner* entscheidbaren Sprache C getrennt werden. Zeigen Sie dann:

- Weder A noch B können entscheidbar sein.
- Es kann *nicht* $A = \Sigma^* \setminus B$ gelten.

Aus der Vorlesung TI2 wissen Sie, dass die Sprache

$$L_{\text{stop}} := \{w \in \{0,1\}^* \mid M_w \text{ hält auf Eingabe } w\}$$

aller Codierungen w von Turingmaschinen M_w über dem Alphabet $\{0,1\}$, welche auf Eingabe ihrer Codierung w halten, unentscheidbar ist (Bei Schöning wird dies als *spezielles Halteproblem* bezeichnet).

- Zeigen Sie mittels einer geeigneten Reduktion oder dem Satz von Rice, dass auch die Sprachen

$$\begin{array}{lcl} L_{\text{accept}} & := & \{w \in L_{\text{stop}} \mid M_w \text{ akzeptiert } w \text{ als Eingabe}\} \\ L_{\text{reject}} & := & \{w \in L_{\text{stop}} \mid M_w \text{ lehnt } w \text{ als Eingabe ab}\} \end{array}$$

  rekursiv aufzählbar (semi-entscheidbar), aber nicht entscheidbar sind.

- Zeigen Sie weiterhin, dass L_{accept}, L_{reject} ein Paar von Sprachen bildet, welches von keiner entscheidbaren Sprache getrennt werden kann. Gehen Sie hierfür wie folgt vor:

  Nehmen Sie an C sei eine entscheidbare Sprache, welche L_{accept} und L_{reject} trennt. Ohne Einschränkung dürfen wir annehmen, dass $L_{\text{reject}} \subseteq C$ gilt (Zu zeigen!). Sei M^C eine TM, welche C entscheidet und w_C die Codierung dieser TM M^C. Betrachten Sie nun die Fälle $w_C \in L_{\text{accept}}$ und $w_C \in L_{\text{reject}}$ (Warum gibt es nicht mehr Fälle?).

Aufgabe 1.3 NP-Vollständigkeit 4 Punkte

Eine aussagenlogische Formel ϕ ist in 3-KNF, falls ϕ in konjunktiver Normalform ist und jede Klausel aus genau drei Literalen besteht.

Aus der Vorlesung TI2 wissen Sie, dass das Problem 3-*KNF-SAT*, d.h. zu entscheiden, ob eine Formel ϕ in 3-KNF erfüllbar ist, **NP**-vollständig ist.

Zeigen Sie, dass das Erfüllbarkeitsproblem auch noch **NP**-vollständig ist, falls ϕ in 3-KNF gegeben ist und zusätzlich in jeder Klausel keine Variable mehrfach auftreten darf.

Aufgabe 1.4

Tragen Sie sich mittels dem eClaus-System in die Übungen ein.

Login: online-Theoretische_Informatik_III

Passwort: turing

Zeitraum: 12.04.05, 13:00 - 22.04.05, 12:00