

Übung zu “Automatische Analyse und Verifikation von Programmen”

Dieses Übungsblatt wird am Montag, den 15. Mai, von 15:45–17:15 Uhr im Raum 0.124 besprochen.

Aufgabe 1 *Analyse nicht-initialisierter Variablen*

Betrachten Sie folgendes Programmstück S mit der Variablenmenge $\mathbf{Var} = \{x, a, b, c\}$:

```
[x:=0]1;  
if [x>0]2  
  then [a:=1]3  
  else [b:=2]4  
fi;  
while [x<10]5 do  
  [x:=x+1]6;  
  [c:=a*x+b]7  
od
```

Am Ein- und Ausgang jedes Blockes sollen die Variablen bestimmt werden, die dort auf jeden Fall noch nicht initialisiert sind, d.h. noch nicht mit einem Wert belegt worden sind. Lösen Sie folgende Aufgaben in Analogie zur Analyse verfügbarer Ausdrücke.

- Wir bezeichnen die Analysewerte am Ein- bzw. Ausgang eines Blocks ℓ mit $A_o(\ell)$ bzw. $A_e(\ell)$. Wie sollen diese Analysewerte aussehen, d.h., aus welcher Obermenge stammen sie? Unter welchen Bedingungen ist ein Analysewert genauer als ein anderer Analysewert? Bestimmen Sie intuitiv die genaueste Analyse für obiges Programmstück S .
- Bestimmen Sie die Funktionen *kill* und *gen*, die beschreiben, wie ein Analysewert durch einen Block verändert wird. Bestimmen Sie außerdem den Anfangswert der Analyse.
- Stellen Sie das Gleichungssystem auf, das die Lösung der Datenflussanalyse beschreibt. Bestimmen Sie eine Lösung dieses Gleichungssystems und vergleichen Sie diese mit der Lösung aus Punkt (a).
- Beschreiben Sie eine Funktion, deren Fixpunkte genau den Lösungen des Gleichungssystems entsprechen.

Aufgabe 2 *Größte oder kleinste Lösung?*

Betrachten Sie folgendes Programmstück:

$$[x:=a+b]^1; \text{while } [true]^2 \text{ do } [skip]^3 \text{ od}$$

Das zugehörige Gleichungssystem zur Analyse verfügbarer Ausdrücke besitzt mehrere Lösungen. Bestimmen Sie die kleinste und die größte Lösung und untersuchen Sie, welche der beiden Lösungen mehr Information über das Programm liefert.

Aufgabe 3 *Überapproximation*

Wir betrachten wieder die Analyse verfügbarer Ausdrücke.

Bestimmen Sie ein WHILE-Programm mit einem Block $[x:=a]^\ell$, so dass der arithmetische Ausdruck a vor jedem Eintritt in diesen Block bereits berechnet wurde und sich seitdem nicht verändert hat, dies von der Analyse aber nicht erkannt wird.

Aufgabe 4 *Partielle Ordnungen*

- (a) Bestimmen Sie jeweils eine Menge L mit einer partiellen Ordnung \sqsubseteq und eine Teilmenge $Y \subseteq L$, so dass Y folgende Eigenschaften hat.
 - (i) Y besitzt mehrere maximale Elemente.
 - (ii) Y besitzt eine obere Schranke, aber keine kleinste obere Schranke.
 - (iii) Y ist nicht leer, besitzt eine kleinste obere Schranke, aber kein maximales Element.
- (b) Zeigen Sie, dass die kleinste obere Schranke einer Menge Y eindeutig ist, falls sie existiert.

Aufgabe 5 *Ungewöhnliche Fixpunkte*

- (a) Bestimmen Sie einen Verband (L, \sqsubseteq) und eine Funktion $f: L \rightarrow L$, die mehrere Fixpunkte, aber keinen kleinsten Fixpunkt, besitzt.
- (b) Bestimmen Sie einen Verband (L, \sqsubseteq) und monotone Funktion $f: L \rightarrow L$, die einen kleinsten Fixpunkt l besitzt, so dass aber $\bigsqcup_{n=0}^{\infty} f^n(\perp) \neq l$.