

## Übung zu Logik

Die Aufgaben auf diesem Übungsblatt müssen bis spätestens Dienstag, 12.12.2006, **9:45 Uhr**, bearbeitet und abgegeben werden. Schreiben Sie Ihre Namen **und Ihre Gruppennummer** deutlich auf Ihre Lösung. **Heften** Sie bitte Ihre Lösungsblätter **zusammen**.

### Aufgabe 1    *Resolution* (1 + 3 Punkte)

Gegeben sei die folgende Formel  $F$  in disjunktiver Normalform:

$$F = (A \wedge \neg C \wedge D) \vee (A \wedge \neg B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge D) \vee (A \wedge \neg D) \vee \neg A.$$

Zeigen Sie mit dem Resolutionsverfahren, dass  $F$  gültig ist. Gehen Sie dazu folgendermaßen vor:

- (a) Formen Sie  $\neg F$  äquivalent in eine Klauselmenge  $G$  um.
- (b) Zeigen Sie, dass  $G$  unerfüllbar ist, indem Sie die leere Klausel aus  $G$  herleiten. Stellen Sie Ihren Resolutionsbeweis – wie in der Vorlesung – graphisch dar.

### Aufgabe 2    *Resolution* (2 + 3 Punkte)

Eine Klausel heißt *positiv*, falls sie nur positive Literale enthält. Sei  $M$  eine endliche Menge von Klauseln, die alle nicht positiv sind. Zeigen Sie auf zweierlei Arten, dass dann die leere Klausel durch Resolution nicht aus  $M$  herleitbar ist.

- (a) Zeigen Sie, dass  $M$  erfüllbar ist. (Da  $M$  erfüllbar ist, folgt aus der Korrektheit des Resolutionsverfahrens, dass die leere Klausel nicht herleitbar ist.)
- (b) Verwenden Sie jetzt nicht die Korrektheit des Resolutionsverfahrens. Zeigen Sie stattdessen rein syntaktisch (also, indem Sie nur argumentieren, wie Resolution *abläuft*, *nicht* was sie *bedeutet*), dass Sie keine positive Klausel durch Resolution aus  $M$  herleiten können. Zeigen Sie, dass dann auch die leere Klausel nicht aus  $M$  herleitbar ist.

### Aufgabe 3    *BDDs* (4 + 3 + 3) Punkte + 3 Zusatzpunkte

In dieser Aufgabe zeichnen Sie BDDs. Beschriften Sie die Kanten mit 0 oder 1 und die inneren Knoten mit  $x_1, x_2, x_3, x_4$ .

- (a) Sei  $F = (A_1 \leftrightarrow A_3) \wedge (A_2 \vee A_4)$ . Geben Sie je einen BDD für  $F$  (d.h. für die boolesche Funktion  $f_F^4$ ) an mit Variablenordnung  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$  bzw. mit Variablenordnung  $x_1 < x_3 < x_2 < x_4$ .
- (b) Sei  $G = ((A_1 \rightarrow A_2) \rightarrow A_3) \rightarrow A_4$ . Vereinfachen Sie zunächst die Formeln  $G[A_1/0], G[A_1/1], G[A_1/1][A_2/0], G[A_1/1][A_2/1]$ , indem Sie die Formeln semantisch äquivalent so umformen, dass 0 und 1 nicht mehr als Teilformeln auftauchen. Benutzen Sie dann die Prozedur multiBDD aus der Vorlesung, um einen BDD für  $G$  zu gewinnen. Variablenordnung:  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ . Markieren Sie die Teil-BDDs der oben genannten Formeln  $G[A_1/0], G[A_1/1], G[A_1/1][A_2/0], G[A_1/1][A_2/1]$ .
- (c) Geben Sie einen BDD mit mindestens 9 inneren Knoten (inkl. Wurzel) an, die mit  $x_1, x_2, x_3$  oder  $x_4$  beschriftet sind. Variablenordnung:  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ . Die „Blätter“ 0 und 1 zählen nicht mit.
- (d) Lösen Sie (c), aber mit „mindestens 10“ statt „mindestens 9“. Wenn Sie denken, dass das nicht geht, beweisen Sie, dass es nicht geht!

### Aufgabe 4    *Sudoku programmieren* (5 Punkte)

Lösen Sie die Programmieraufgabe unter

<http://www.informatik.uni-stuttgart.de/fmi/szs/teaching/ws0607/logik/sudoku.shtml>.